



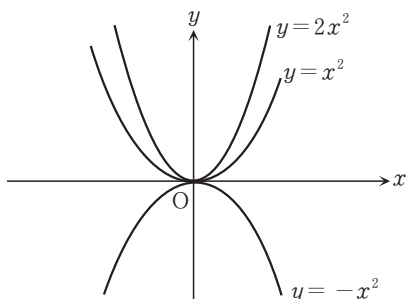
G-5 I・A
第5講

2次関数①

※書きこみはせず，ノートに問題を写して解きましょう。

Grade 1 2次関数のグラフ①

ポイント グラフの概形



2次関数のグラフ…放物線

- x^2 の係数でグラフの開き具合
- x^2 の係数の正負でグラフが上に凸か下に凸かが決定する。

例題 次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = (x-2)^2 - 1$

(2) $y = -(x+1)^2 + 3$

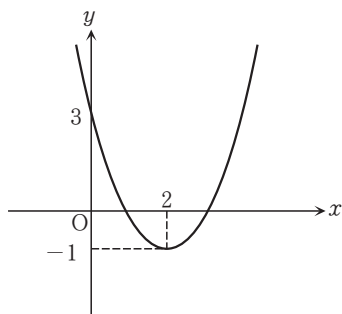
(1) $y = (x-2)^2 - 1$

$(x-2)^2 = 0$ となる x は $x=2$

このとき, $y = -1$

頂点 $(2, -1)$

$x=0$ のとき, $y=3$ (切片)



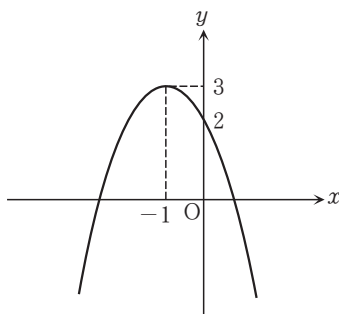
(2) $y = -(x+1)^2 + 3$

逆符号 そのまま

頂点 $(-1, 3)$

x^2 の係数がマイナスなので, グラフは上に凸。

$x=0$ のとき, $y=2$ (切片)



解法の要点

グラフの頂点は, $y = a(x-p)^2 + q$ の形にして, (p, q) と求める。

例題 次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = 2x^2 - 4x + 1$

(2) $y = -x^2 + 6x - 5$

(3) $y = 2x^2 - 2x + 1$

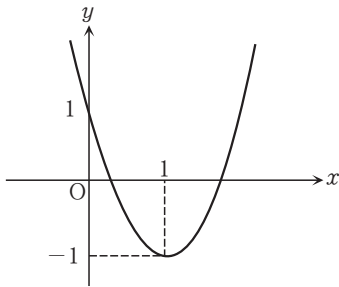
(4) $y = -3x^2 - 2x + 1$

(1) $y = 2x^2 - 4x + 1$

$$= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1$$

$$= 2(x-1)^2 - 1$$

頂点 (1, -1)

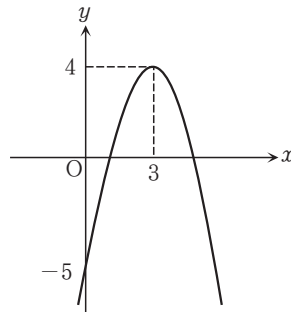


(2) $y = -x^2 + 6x - 5$

$$= -(x^2 - 6x + 9 - 9) - 5$$

$$= -(x-3)^2 + 4$$

頂点 (3, 4)

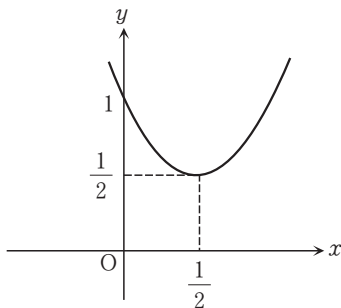


(3) $y = 2x^2 - 2x + 1$

$$= 2\left(x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + 1$$

$$= 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

頂点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

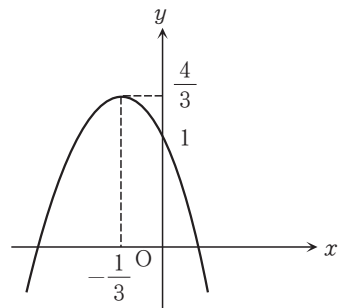


(4) $y = -3x^2 - 2x + 1$

$$= -3\left(x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\right) + 1$$

$$= -3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}$$

頂点 $\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$



解法の要点

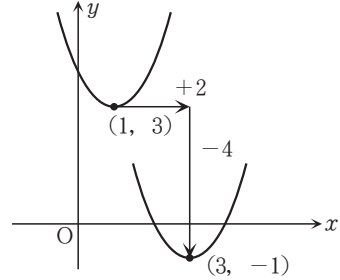
2次関数のグラフ

⇒まず平方完成して、頂点を求める。

ポイント 平行移動

例えば、頂点 $(1, 3)$ の放物線を x 軸方向に $+2$ 、 y 軸方向に -4 だけ平行移動させると、

頂点 $(1, 3)$
 \downarrow
 $x: +2$
 $y: -4$
 頂点 $(3, -1)$ へと移動する。



例題 2次関数 $y=2x^2-8x+7$ のグラフを x 軸方向に -3 、 y 軸方向に $+2$ だけ平行移動したグラフをかき、その式を求めよ。

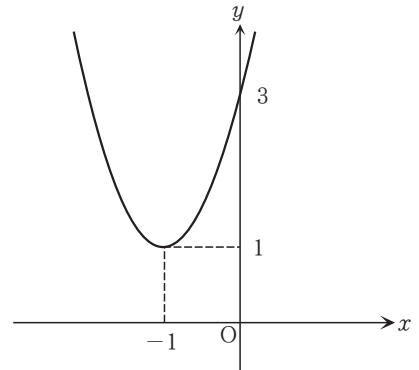
$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 8x + 7 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 7 \\ &= 2(x-2)^2 - 1 \end{aligned}$$

頂点 $(2, -1)$
 \downarrow
 $x: -3$ 平行移動
 $y: +2$
 $(-1, 1)$

したがって、平行移動したグラフの式は

$$y = 2(x+1)^2 + 1$$

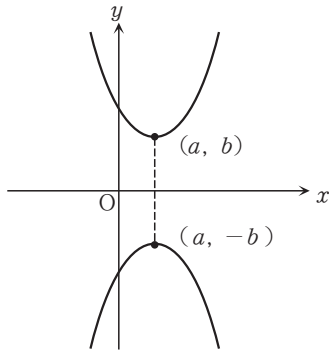
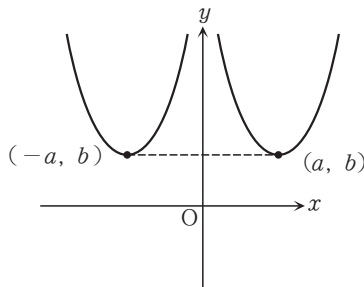
$$y = 2x^2 + 4x + 3$$



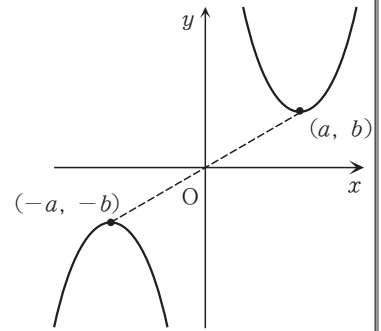
解法の要点

平行移動 \Rightarrow 頂点を移動させる。

ポイント 対称移動

① x 軸対称② y 軸対称

③ 原点对称



例題 2次関数 $y = x^2 - 4x + 6$ のグラフを、次の(1)~(3)のそれぞれに関して対称移動させたグラフをかき、その式を求めよ。

(1) x 軸(2) y 軸

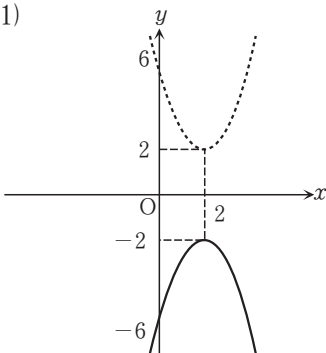
(3) 原点

$$y = x^2 - 4x + 6$$

$$= (x-2)^2 + 2$$

より、頂点 $(2, 2)$

(1)

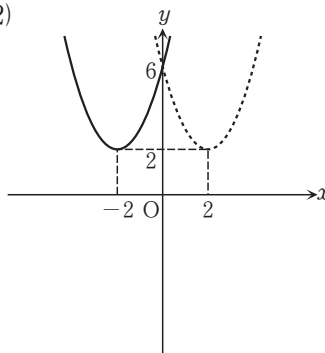
頂点 $(2, -2)$ より、

式は

$$y = -(x-2)^2 - 2$$

$$y = -x^2 + 4x - 6$$

(2)

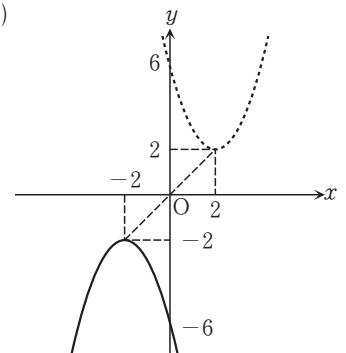
頂点 $(-2, 2)$ より、

式は

$$y = (x+2)^2 + 2$$

$$y = x^2 + 4x + 6$$

(3)

頂点 $(-2, -2)$ より、

式は

$$y = -(x+2)^2 - 2$$

$$y = -x^2 - 4x - 6$$

解法の要点

対称移動 \Rightarrow 頂点を移動させる。
ただし、グラフの凹凸に注意。

■練習問題■

1 次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = (x+3)^2 - 2$

(2) $y = -(x-1)^2 + 1$

2 次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = 2x^2 - 8x + 6$

(2) $y = x^2 - 2x - 3$

(3) $y = -x^2 + 6x - 4$

(4) $y = -2x^2 - 4x$

3 次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = 2x^2 + 2x + 1$

(2) $y = -x^2 - 3x - 1$

(3) $y = 2x^2 - 3x + 1$

(4) $y = -3x^2 + 4x$

4 次の問いに答えよ。

(1) 2次関数 $y = x^2 + 2x - 3$ のグラフを x 軸方向に $+3$, y 軸方向に $+2$ だけ平行移動したグラフをかき, その式を求めよ。

(2) 2次関数 $y = 2x^2 + 4x - 1$ のグラフは, 2次関数 $y = 2x^2 - 8x + 6$ のグラフをどのように平行移動したものか求めよ。

5 2次関数 $y = x^2 - 3x + 3$ のグラフを, 次の(1)~(3)のそれぞれに関して対称移動させたグラフをかき, その式を求めよ。

(1) x 軸

(2) y 軸

(3) 原点